

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
Физика-техникалық факультет
Электроника және астрофизика кафедрасы

Алимгазинова Н.Ш.

Электр тізбектер теориясы -1

пәні бойынша дәрістер жинағы

«Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар» мамандығы
бойынша білім алушы студенттерге арналған

Алматы, 2025

2-дәріс. Электр схемалар. Негізгі анықтамалар

Дәрістің мақсаты. Білім алушыларға электр тізбектерінің топологиясы туралы түсінік беру; тізбектің құрылымын граф түрінде бейнелеуді, графтың негізгі элементтерін анықтауды және топологиялық матрицаларды құру мен қолдану тәсілдерін меңгерту.

Жоспар

1. Тізбектер топологиясының негізгі ұғымдары
2. Граф бөліктері (подграфтар)
3. Топологиялық матрицалар

1. Тізбектер топологиясының негізгі ұғымдары

ЭТ процестерді математикалық сипаттау екі түрлі теңдеулерге негізделеді: **компоненттік** және **топологиялық**. **Компоненттік теңдеулер** (немесе тармақтар теңдеулері) әрбір тармақта ток пен кернеу арасында байланыс орнатады. Себебі топология ЭТ геометриялық құрылымын көрсетеді, **топологиялық теңдеулер** - тармақтар құрамына қандай электрлік элементтер кіретіндігіне байланысты емес және оның топологиясымен ғана анықталатын тізбектер қасиетін бейнелейді. Компоненттік теңдеулерді құрастыру кезінде Ом заңдары, ал топологиялық теңдеулер үшін – Кирхгоф заңдары қолданылады.

Тізбектер топологиясының негізгі міндеттері:

- ✓ Тәуелсіз түйіндер мен контурлардың санын анықтау;
- ✓ Тиісті түйіндер мен контурлардың жүйелерін бөліп шығару.

Кирхгоф заңдары бойынша сызықтық тәуелсіз теңдеулер жүйесін құруға болатын тізбектердің түйіндері мен контурларының жиынтығын **тәуелсіз контурлардың жүйесі** және **тәуелсіз түйіндердің жүйесі** деп атайды.

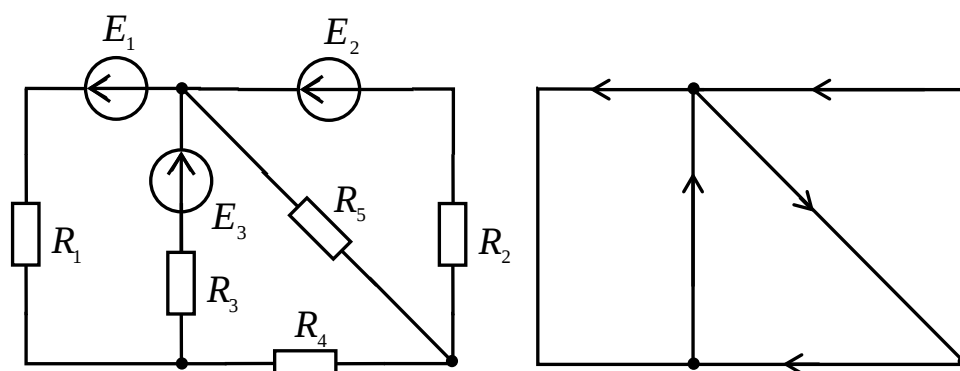
Электр тізбектерінің топологиясында негізгі ұғым - **граф**.

Граф – барлық тармақтары сызықтармен алмастырылған ЭТ графикалық түрі. Басқаша айтқанда, тізбектің геометриялық құрылымы **граф** деп аталады. Граф - еркін ұзындығы мен пішіндері бар кесінділерінің (тармақтарының - қабырғаларының) және қосылу нүктелерінің (түйіндерінің - шындарының) жиынтығы (1-сурет).

Граф екі түрге бөлінеді: **сигналдар өтуінің бағыттаушы граф** және **топологиялық граф**. **Топологиялық граф** оның тек топологиялық (құрылымдық) қасиетін бейнелейтін, электр тізбегінің жеңілдетілген үлгісі болып табылады.

Сигналды граф немесе **сигналдар өтуінің бағыттаушы графы** – электр тізбегінде процестерді сипаттайтын, теңдеулер жүйесінің графикалық түріндегі бейнесі болып табылады.

Біз тек топологиялық графты қарастырамыз.

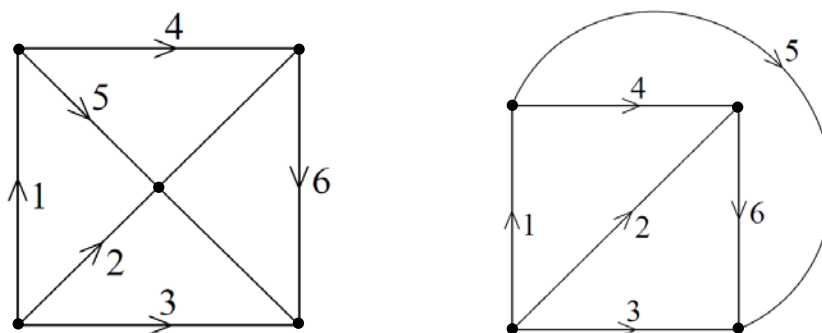


1-сурет. Электр тізбегі және оған сәйкес граф

ЭТ топологиялық графын (әрі қарай «граф») оның эквивалентті схемасы бойынша салады. Графтарды құрастыру кезінде әрбір тармақ үшін нұсқармен белгіленген бағытты көрсетуі тиіс, мұндай графтар *бағытталған* немесе *бағдарланған* деп аталады. Тармақтардың бағыттарын нұсқау барысында әдетте аталған тармақтардағы шынайы токтардың бағыттарын тандап алады.

Графтың қасиеттері тармақтардың ұзындығы мен үлгісіне, сондай-ақ жазықтықта граф түйіндерінің өзара орналасуына байланысты емес және тек тармақтар санымен n , түйіндер санымен m және тармақтардың бір-бірімен өзара қосылу тәсілімен анықталады.

Бір бірімен өзара бірдей үлгіде қосылған түйіндердің және тармақтардың бірдей саны бар графтар **изоморфты** деп аталады (2-сурет). Тармақтардың ұзындығы мен үлгісін, сондай-ақ граф түйіндерінің жазықтықта өзара орналасуын өзгерте отырып, бастапқы графқа изоморфты сансыз көптеген графтарды алуға болады. Графтың мұндай түрлендіруі *изоморфты түрлендіру* деп аталады. Осындай түрлендірулермен алынған граф бейнесінің әрбір нұсқасы оның **геометриялық орындалуы** деп аталады.



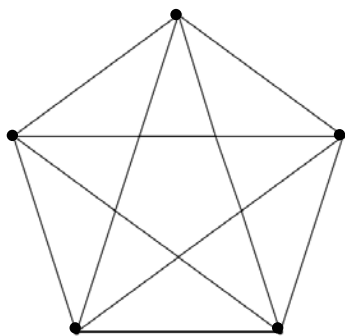
2-сурет. Изоморфты графтар

Егер кейбір i түйін кейбір j тармақтың соңы немесе бас жағы болса, онда олар (i және j) **инцидентті** деп аталады. Осылайша, кез келген тармақ екі түйінге инцидентті болады.

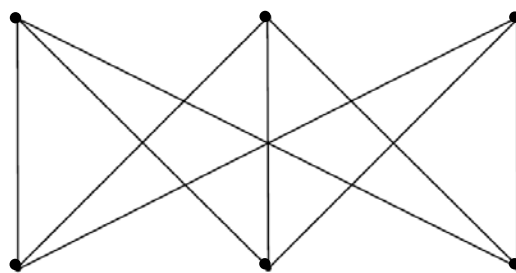
Түйіннің дәрежесі деп осы түйінге инцидентті граф тармақтарының санын айтады. Дәлдігі екінші түйін дәрежесіне дейінгі сәйкес келетін изоморфты графтарды **гомеоморфты** деп атайды. Гомеоморфты графтардан екінші дәрежелі түйіндерді жойған кезінде және осы шындырына инцидентті тармақтарды біріктірген соң, гомеоморфты графтар изоморфты болады.

ЭТ кеңейтілген және қысқартылған топологиялық сипаттамасына сәйкес келетін графтар **гомеоморфты** болып табылады.

Бейнелеу барысында графтар жазықты және көлемді болуы мүмкін, осыған сәйкес олар **планарлық** және **планарлық емес** болып бөлінеді. **Планарлық граф** – бұл изоморфтық түрледірулер нәтижесінде жазықтықта тармақтардың қиылысуынсыз бейнеленген граф. Құрамында кемінде 4 түйіні бар барлық графтар планарлық болып табылады. **Планарлық емес граф** – бұл жазықтықта тармақтардың қиылысуынсыз бейнеленбейтін граф. 3-суретте осындай графтардың мысалдары бейнеленген.



а) толық бесбұрыш



б) қосжарнақты граф

3-сурет. Понтрягин-Куратовскийдің графтары

Графтың бөліктері Понтрягин-Куратовский графтарының біреуіне гомеоморфты болмаса, кез келген граф планарлы болып табылады.

Планарлық граф өзі бейнеленген жазықтықты сыртқы және ішкі аймақтарға бөледі. Граф тармақтарымен шектелген **ішкі аймақтар графтың ұяшықтары** немесе **терезелері** деп аталады. Жазықтықтың, графқа қарағанда, сыртқы бөлігі **базистік ұяшық** деп аталады.

Графтың қасиеттері тармақтардың ұзындығы мен пішініне, сондай-ақ жазықтықта граф түйіндерінің өзара орналасуына байланысты болмайды. Олар тек n тармақтар санымен, m түйіндер санымен және тармақтардың бір бірімен өзара қосылу тәсілімен анықталады.

2. Граф бөліктері (подграфтар)

Бастапқы графтың элементтері болып табылатын элементтерден құралған графтың кез келген бөлігі **граф бөлігі (подграф)** деп аталады. Оны бастапқы графтан кейбір тармақтарды жою арқылы алуға болады. Графтың бір тармағы немесе бір түйіні, сондай-ақ графтың кез келген көптеген

тармақтар мен түйіндер граф бөлігі (подграф) болуы мүмкін. ЭТТ қолданылатын негізгі граф бөліктері (подграфтар): **жол**, **контур**, **тал**, **байланыс тармақтары** және **граф қисыны**.

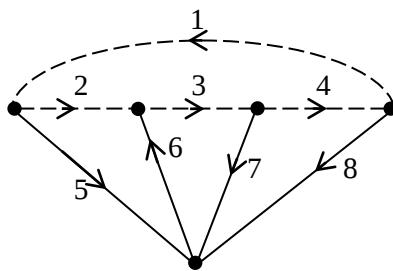
Жол – бұл тармақтардың реттелген жиыны, мұнда әрбір екі көршілес тармақтардың ортақ түйіні бар, әрбір тармақ және әрбір түйін осы жиында тек бір рет қана кездеседі. Графтың жолы арқылы қосылған түйіндер шеткі деп аталады.

Егер тұйықталған жолда бастапқы және соңғы шеткі түйіндері сәйкес келсе, сонда оны **контур** деп аталады. Контур түйіндерінің әрқайсысына осы контурдың екі тармағы инцидентті болады.

Егер графтың кез келген екі түйіні жолмен қосылған болса, онда граф **байланыстырушы (байланысқан)** деп аталады. Кері жағдайда граф **байланыстырушы емес** деп аталады.

Графтың барлық түйіндерін қамтитын, бірақ бірде бір контурды қамтымайтын байланыстырушы граф бөлігі (подграф) осы графтың **талы** деп аталады. Талдың құрамына кірген граф тармақтары тал тармақтары деп аталады.

Тал құрамына кірмеген тармақтар **байланыс тармақтары** (байланыстары) немесе осы **талдың хордалары** деп аталады. Байланыс тармақтары талды бастапқы графқа дейін толықтырады. Егер m - түйіндер саны, n - тармақтар саны болса, онда тал тармақтарының саны $\delta = m - 1$, ал байланыс тармақтарының саны $c = n - (m - 1) = n - m + 1$. Әдетте тал тармақтары қалың, ал байланыс тармақтары - жіңішке сызықтарымен бейнеленеді. Әрбір граф үшін бір бірінен тал тармақтарының құрамымен айырмашылығы бар бірнеше талды құрастыруға болады. Осындай нұсқалардың бірі 4, б-суретте көрсетілген.



4-сурет. Электр тізбегінің граф бөлігі (подграф):
тал (сызықтар) және байланыс тармақтары (үзік-үзік сызықтар)

Граф талын келесідей жолмен құрастыруға болады. Граф түйіндерін белгілеу қажет. Содан соң, **түбір** деп аталатын кейбір түйіннен бастап контурдың қалыптасуына жол бермей, графтың басқа түйіндерін қосатын тал тармақтарын сызу қажет.

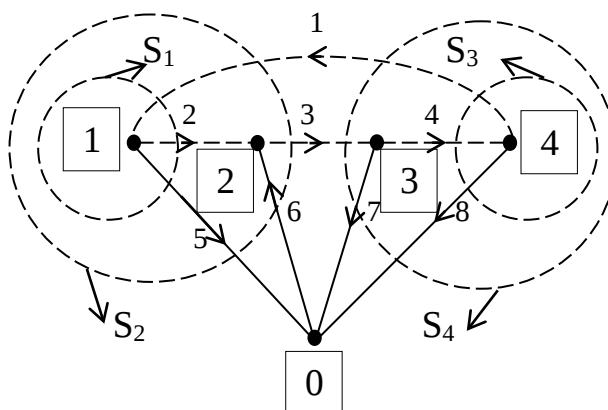
Граф талына кез келген байланыс тармағын қосу арқылы контур қалыптасады. Граф талына оның байланыс тармақтарын кезекпен қосу арқылы қалыптасқан контурлар **негізгі контурлар** деп аталады.

Негізгі контурлардың саны байланыс тармақтарының санына тең. Негізгі контурлардың нөмірлерін рим сандарымен белгілейді. Контурды айналып өту бағытына осы контурдың байланыс тармақтарының бағыты алынады.

Өзара байланысы жоқ екі жеке байланыстырушы граф бөлігіне (подграфқа) бөлетін тармақтар жиынтығын **графтың қисыны** деп атайды. Бұл ретте осы граф бөлігінің бірі оқшауланған түйін болуы мүмкін.

Қисынды бір немесе бірнеше түйіндермен тізбек бөлігін қамтитын кейбір тұйық жазықтықтың ізі түрінде бейнелеуге болады. Графтың бірде бір тармағы екі рет қиылыспауы тиіс.

Таңдап алынған талдың тек бір тармағы ғана құрамына кіретін мұндай қисын **графтың негізгі қисыны** деп аталады. Негізгі қисынға кіретін өзге тармақтар - байланыс тармақтары болып табылады. Негізгі қисынның саны тал тармағының санына тең. Негізгі қисынның оң бағыты ретінде осы қисынға кіретін тал тармағының бағытын қабылдайды және нұсқармен көрсетеді. 5-суретте графтың негізгі қисыны S_1 , S_2 , S_3 және S_4 бейнеленген.



5-сурет. Графтың қисыны

3. Топологиялық матрицалар

Электр тізбегінің құрылымын, оның графын және токтар таралуының негізгі заңдарын сипаттау үшін топологиялық матрицалар қолданылады. Компьютерлік математикалық бағдарламалар арқылы күрделі тізбектердің теңдеулерін қалыптастыру үшін графтың аналитикалық бейнесі қажет.

Кирхгоф теңдеулерінің түріне сәйкес үш топологиялық матрицалар бөлінеді: $[A]$ - жалғанулар матрицасы (түйіндік матрица), $[B]$ - контурлық матрица (негізгі контурлар матрицасы) және $[Q]$ - негізгі қисындылар матрицасы.

Бағытталған графтың құрылымын толығымен сипаттау $[m^* \times n]$ - $[A]$ жалғанулар матрицасын (түйіндік матрицасын) береді, мұнда $m^* = m - 1$ (m - түйіндер саны). m^* - түйіндердің реттік нөмірлерін көрсететін матрицаның жолы, ал n - тармақтардың нөмірлерін көрсететін матрицаның бағандары. Түйіндік матрицасы схемалардың түйіндері үшін Кирхгофтың бірінші заңы бойынша құрастырылған теңдеулердің коэффициенттер кестесін береді.

Матрицаның әрбір элементі 0, +1 және -1 мәнін қабылдауы мүмкін:

✓ егер графтың j тармағы i түйінімен байланыста болса және түйіннен бағытталса, матрицаның i жолы мен j бағаны қиылысында орналасқан a_{ij} матрица элементі +1 тең болады.

✓ егер j тармағы i түйінімен байланыста болса және түйінге қарай бағытталса, сонда матрица элементі $a_{ij} = -1$ тең болады.

✓ егер j тармағы i түйінімен байланыста болмаса, сонда матрица элементі $a_{ij} = 0$ тең болады.

[Q] негізгі қисындылар матрицасы негізгі қисындылар үшін Кирхгофтың бірінші заңына сәйкес құрастырылған коэффициенттер кестесін береді. [Q] матрицаның жолы қисындыларға ($s = n - m + 1$), бағандар – тармақтарға сәйкес келеді (n), яғни матрицаның өлшемділігі $[s \times n]$.

Матрицаның әрбір элементі 0, +1 және -1 мәндерін қабылдай алады:

✓ егер j тармағы i қисынның құрамында болса және оның бағыты қисын бағытымен сәйкес келсе, сонда матрица элементі $q_{ij} = +1$ тең болады.

✓ егер j тармағы i қисынның құрамында болса және қисын бағытына қарама қарсы бағытталса, сонда матрица элементі $q_{ij} = -1$ тең болады.

✓ егер j тармағы i қисынымен байланыста болмаса, сонда матрица элементі $q_{ij} = 0$ тең болады.

[B] негізгі контурлардың матрицасы (контурлық матрица) – бұл Кирхгофтың екінші заңына сәйкес құрастырылған теңдеулердің коэффициенттер кестесі. [B] матрицаның жолы негізгі контурларға ($k = n - m + 1$), бағандар – тармақтарға (n) сәйкес келеді, яғни матрицаның өлшемділігі $[k \times n]$.

Матрицаның әрбір элементі 0, +1 және -1 мәндерін қабылдауы мүмкін:

✓ егер j тармағы i контурдың құрамында болса және тармақ бағыты контурды айналып өту бағытымен сәйкес келсе, сонда матрица элементі $b_{ij} = +1$ тең болады.

✓ егер j тармағы i контурдың құрамында болса және тармақ бағыты контурды айналып өту бағытына қарама қарсы болса, сонда матрица элементі $b_{ij} = -1$ тең болады.

✓ егер j тармағы i контурының құрамында болмаса, сонда матрица элементі $b_{ij} = 0$ тең болады.

Бақылау сұрақтары

1. Тізбектер топологиясының негізгі ұғымдарын түсіндіріп беріңіз.
2. Графтардың классификациясы туралы айтып беріңіз.
3. Әртүрлі граф бөліктері (подграфтар) туралы айтып беріңіз.
4. Топологиялық матрицаларды құрастыру қағидаларын түсіндіріп беріңіз.

Әдебиеттер тізімі

1. Н.Ш. Алимгазина, А.Б. Манапбаева. Электр тізбектер теориясы. Дәрістер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 228 б.

2. Н.Ш. Алимгазинова, С.М. Манаков, А.Б. Манапбаева, А.Ә. Әлібек. «Электр тізбектер теориясы» пәні бойынша есептер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 162 б.

3. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. Основы теории цепей: Учеб. для вузов.—8-е изд., перераб. —М., 2020 -528 с.

4. Л.А. Бессонов. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротех., энергетич. и приборостроит. спец. вузов. —7-е изд., перераб. и доп. —М.: Высш. шк., 2015. —528 с.